

# TIC en la enseñanza de la geometría: apuntes sobre una relación ontológica

Rosa Aurora **Cicala**

Centro de Didácticas Específicas (CEDE) - Universidad Nacional de San Martín  
Argentina

[rosa.cicala@gmail.com](mailto:rosa.cicala@gmail.com)

José Agustín **Villella**

Centro de Didácticas Específicas (CEDE) - Universidad Nacional de San Martín  
Argentina

[jvillella@arnet.com.ar](mailto:jvillella@arnet.com.ar)

## Resumen

Esta comunicación se propone mostrar al lector cómo el uso de un Sistema de Geometría Dinámica (SGD), en este caso el Geogebra, interpela el proceso de enseñanza y obliga al docente a asumir actitudes reflexivas de su accionar convirtiéndolo en un profesional de la enseñanza de la geometría en las aulas donde este saber circula con sentido para los alumnos. A través de un ejemplo estructurado en momentos didácticamente analizados, se propone al lector construir un listado de constructos e ideas claves que conforman el apunte de lo que consideramos una relación ontológica al interior de este hecho educativo impactado por las TIC y que tiene por objeto enseñar para que se aprenda geometría.

Palabras clave: Geometría, TIC, Didáctica de la Matemática, modelización, Sistema de Geometría Dinámica

## Introducción

El presente trabajo se encuadra en el marco de un proyecto de investigación cuyo tema de estudio es “Geometría y TIC: estudio didáctico de propuestas de enseñanza en la escuela secundaria”. Esta investigación se realiza desde el área Didáctica de la Matemática del CEDE (Centro de Estudios en Didácticas Específicas) perteneciente a la Universidad Nacional de San Martín (UNSAM) en Argentina.

Afirmamos que la mayoría de los conceptos básicos de la geometría que se enseña en la escuela, puede describirse como una conjunción de las propiedades que poseen mediante la utilización de los **atributos relevantes** y **los irrelevantes** que los caracterizan (Vinner, 1982;

Villella, 2001). En esta identificación o construcción de un concepto geométrico se pueden distinguir al menos cuatro elementos:

- a. **La imagen del concepto:** se refiere al concepto tal como aparece en la mente de quien lo estudia. Incluye todo lo que puede venir a la mente en relación con el concepto, todo lo que se evoca cuando se escucha la palabra que lo nombra o cuando se ve un dibujo o una representación del mismo.
- b. **La definición del concepto:** se refiere a la forma verbal que con la que se expresa cierta noción y no siempre, cuando existe, recoge todo lo que quien aprende sabe respecto del objeto geométrico en cuestión. Esta definición no es necesariamente la matemática.
- c. **Un grupo de operaciones mentales o físicas,** como ciertas operaciones lógicas, que orientan para que una comparación con el dibujo mental sea más fácil.
- d. **La tecnología:** se refiere, en sentido amplio, como un producto sociocultural que sirve además, como herramienta física y simbólica para vincularse y comprender el mundo que nos rodea.

La construcción de la imagen de un concepto geométrico resulta entonces de una mezcla de procesos visuales y analíticos que se concreta en dos direcciones: por un lado la interpretación y la comprensión de modelos visuales y, por el otro, la habilidad para traducir a imagen visual una información recibida en forma simbólica haciendo uso de determinada tecnología. Los juicios que a partir de ella pueden hacerse son producto de procesos visuales donde los atributos irrelevantes del componente visual se logran primero y actúan como distractores generando una fuerte concesión entre construcciones internas y lo que llega a aportar el uso de los sentidos.

### **Geometría y TIC: el advenimiento de una relación ontológica**

Desde su misma concepción en la geometría subyace una cierta tecnología. Geometría y Tecnología tienen una relación ontológica, dado que según las herramientas simbólicas que se ponen en juego se habla de determinada geometría. La geometría euclidiana o la geometría analítica son tecnologías en sí, que hacen uso de ciertos artefactos (lápiz, papel, regla, escuadra, computadora con un determinado software, etc.). Estos artefactos se convierten en instrumentos desde el momento que se pone en juego la actividad cognitiva de quien lo usa (Rabardel, 1995; Trouché, 2004). En el caso de los SGD lo cognitivo está íntimamente relacionado a conceptos geométricos dado que todos los comandos aluden a elementos o relaciones geométricas que se corresponden con el modelo subyacente seleccionado durante el diseño del software.

¿Cómo incide en la construcción del concepto geométrico el empleo de la tecnología que se usa para su construcción? ¿Qué aspectos considerar cuando la traducción a imagen visual se realiza mediada a través de un sistema de geometría dinámica?

De la misma forma en que la escritura ha reestructurado la conciencia y la mente humana generando operaciones cognitivas que antes de su existencia no estaban desarrolladas, las nuevas tecnologías transforman subjetividades, capacidades y prácticas.

Dice Walter Ong:

*“La mayoría de las personas se sorprenden, y muchas veces se molestan al averiguar, que en esencia, las mismas objeciones impugnadas hoy en día contra las computadoras fueron*

*dirigidas por Platón contra la escritura, en el Fedro (274-277) y en la Séptima Carta. [...] Platón consideraba la escritura como una tecnología externa y ajena, lo mismo que muchas personas hoy en día piensan de la computadora.” (Ong, 1982: 82)*

De aquí que afirmemos que los instrumentos externos que el hombre utiliza para llevar a cabo sus operaciones, llegan a “interiorizarse”, a formar parte de su propio proceso reflexivo.

Ese es el desafío que creemos estamos transitando en la actualidad: las TIC ya forman parte de nuestra cultura, y de nuestros propios procesos reflexivos. Así como en la cultura oral era imposible manejar conceptos asociados con figuras geométricas; en la cultura del texto impreso es imposible pensar en objetos de geometría dinámicos. En la escritura, con una trayectoria de miles de años, algunas de sus formas de abordaje refieren a:

- una tecnología de la palabra,
- un medio de producción cultural que utiliza recursos y herramientas externos al cuerpo humano,
- un lenguaje que posibilita realizar una separación respecto al contexto de producción, y
- una herramienta semiótica.

En forma análoga, el análisis de los sistemas de geometría dinámica como tecnologías, y no como recursos externos, nos enfrenta al desafío de pensar en:

- una tecnología con la cual se hace geometría dinámica.

*“La geometría dinámica constituye un nuevo sistema de representación de los objetos geométricos que utiliza nuevos objetos ostensivos, los dibujos computarizados, que se diferencian de los dibujos sobre papel precisamente por su dinamismo: pueden ser arrastrados y deformados en la pantalla, conservando las propiedades geométricas que se les ha asignado por el procedimiento de construcción.” (Acosta Gempeler, 2005: 123),*

- un medio de producción que utiliza un dispositivo (la computadora) como requisito fundamental para su empleo. Esta situación genera ciertas condiciones de accesibilidad y de integrabilidad (Chevallard, 1992) que no se pueden dejar de contemplar,
- un lenguaje particular que integra no sólo la especificidad del lenguaje geométrico sino su articulación con el lenguaje informático,
- una herramienta semiótica con características particulares que son definidas en el proceso de transposición informática (Balacheff, 1998) que combina diferentes modelos, el modelo de la geometría subyacente en el software integrado al modelo informático que se caracteriza por las limitaciones de lo digital.

Emplear un software de geometría dinámica nos enfrenta a un medio de producción nuevo, con un lenguaje específico que debe conocerse. Estas situaciones sumadas a las de accesibilidad muchas veces intervienen como obstáculos para integrar esta tecnología en las clases de geometría.

En la actualidad, en Argentina, se está implementando el programa “Conectar Igualdad”, a través del cual se brinda una computadora a cada alumno. Esta situación, por un lado, soluciona el tema de acceso –hasta ahora primer obstáculo para la integración de este tipo de materiales-, pero no soluciona el tema de cómo aprovechar la herramienta informática. Esta legitimación

social que se alude en el proyecto antes mencionado se transforma en presión social hacia los docentes que están en el aula. Por otro lado, al campo de los especialistas en Didáctica de la Matemática nos desafía a investigar y justificar los usos pensando en su sentido para enseñanza.

Puede decirse que el sistema educativo está en tensión con las necesidades y demandas culturales de la sociedad actual. En muchas ocasiones, el riesgo que se corre es realizar experiencias puntuales que quedan como actividades aisladas, no imbricadas en los procesos de enseñanza de determinados contenidos.

Estos aprendizajes a través de los sistemas de geometría dinámica se fomentan mediante el diseño de procesos de enseñanza, entre cuyas metas (NCTM, 2000; Villella, 2008) se busca que el alumno:

- a) *Interprete* lo que se le propone
- b) *Comprenda* la información dada y establezca relaciones con los comandos que provee el programa. “La exigencia de comunicar al programa un procedimiento geométrico de construcción permite caracterizar el objeto geométrico” (Laborde, 1998: 38)
- c) *Formule y compruebe conjeturas* acerca de los conceptos que está aprendiendo
- d) *Diseñe* estrategias para confirmar o refutar sus conjeturas
- e) *Resuma* la información incorporada
- f) *Comunique* los resultados de sus hallazgos intentando definir aquello que logró construir.

A través del proyecto de investigación que enmarca esta comunicación y que apuesta a una apropiación crítica del uso de las TIC, fundamentada en los marcos teóricos de la Didáctica de la Matemática se intenta que tanto la Geometría como las TIC tengan mayor presencia en las prácticas docentes. La investigación en torno a estas temáticas integradas posibilitará desarrollar dispositivos didácticos de gran interés tanto para la comunidad educativa como para la comunidad científica. Los desarrollos didácticos se orientarán a propiciar el trabajo matemático de conjeturación y modelización en la resolución de problemas geométricos.

### **Geometría y TIC: el diseño de una propuesta didáctica integradora**

En el taller titulado “**Geometría y Tics. Una propuesta integradora para la construcción de las cónicas en la formación docente**” puede analizarse el uso de esta tecnología para la construcción de cónicas y en el “**Geometría y Tics. Una propuesta integradora para la formación docente continua en educación matemática**” el desarrollo de trabajos de aula centrados en los contenidos de semejanza y congruencia. Ambos talleres muestran en la práctica lo que el proyecto central investiga y que nosotros estamos desarrollando desde esta comunicación. Para completar la propuesta, ejemplificaremos lo que propusimos en líneas anteriores a través de una actividad que toma su nombre de una construcción histórica: *El túnel de Eupalino (550 a. C.)*

Este túnel es considerado como un trabajo notable de ingeniería de los griegos, que prosigue y perfecciona las obras hidráulicas, de construcción y urbanismo tomadas de Oriente Medio. Se descubrió en 1882, 2500 años después de su construcción y tenía 1 km de longitud y más de dos metros tanto en alto como en ancho. El túnel fue construido por Eupalino, oriundo de Megara, a pedido del tirano Policrates, para abastecer de agua a la ciudad de Samos. Debía

conectar a la ciudad con un manantial y atravesar el monte Kastro, a cuyos pies se encontraba Samos.

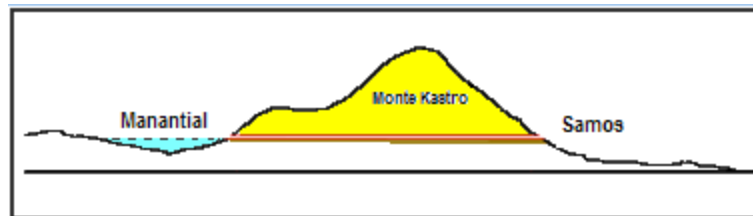


Figura 1: Esquema del Túnel de Eupalino

Policrates, para acelerar la obra, ordenó que se comenzara la construcción del túnel desde dos puntos diametralmente opuestos. Esta condición, requirió de Eupalino todo su ingenio, puesto que los dos tramos se encontraron prácticamente en el centro con un error de sólo diez metros horizontalmente y tres metros verticalmente; y, también de su paciencia, porque la obra tardó diez años en terminarse.

El túnel de Eupalino abasteció de agua a la ciudad de Samos por más de diez siglos y, actualmente, es centro de atención turística dentro de la isla.

Este fragmento de la historia de la humanidad:

- Adquiere relevancia para el trabajo matemático para presentar y/o profundizar conceptos sobre semejanza de triángulos y razones trigonométricas.
- Permite modelizar el problema empleando sistemas de geometría dinámica.
- Presenta una visión de la matemática imbricada en los procesos sociales.
- Pone de relevancia su vigencia actual al ser un centro turístico y a través de Internet, puede accederse a información con valor cultural que, en líneas generales, resulta motivadora.

En la propuesta se pueden distinguir diferentes momentos, cada uno con propósitos y usos diferentes de las TIC:

### **Primer momento: Aproximación al tema**

Se realiza proponiendo a los alumnos hacer búsquedas en Internet en tanto:

*“La escuela ha dejado de ser el único lugar de legitimación del saber, pues hay una multiplicidad de saberes que circulan por otros canales y no le piden permiso a la escuela para expandirse socialmente. Esta diversificación y difusión del saber, por fuera de la escuela, es uno de los retos más fuertes que el mundo de la comunicación le plantea al sistema educativo.”*

(Martín-Barbero, 2002: 6)

Acceder a diversidad de fuentes –algunas con tratamiento académico y otras no - ofrece oportunidades para que los alumnos se transformen en usuarios críticos. Burbules y Callister dicen que:

*“Los usuarios críticos son aquellos que saben lo suficiente para utilizar el sistema a fin de hallar lo que buscan, pero que también tiene la conciencia necesaria para advertir que lo encontrado quizá no sea todo lo que haya por saber.”* (Burbules y Callister (2001: 111)

Estas actividades cognitivas asociadas a la búsqueda y selección de información forman parte de los nuevos procesos reflexivos a los cuales nos enfrenta la cultura y sociedad actual en relación a las TIC. La escuela, y particularmente, las clases de Matemática, no deberían estar al margen de estas cuestiones. Particularmente, en este proceso de búsqueda y selección se brindan oportunidades a los alumnos para que se informen sobre el tema para tener mayores elementos conceptuales que posibiliten la modelización que se propone realizar, para que discutan la validez y relevancia de la información que encuentran, que interactúen con diversos tipos de lenguajes (texto, imagen fija, imagen animada), entre otros aspectos.

### Segundo momento: modelización en Geogebra

Si bien no se cuenta con información directa sobre cómo realizó Eupalino esta obra, las indagaciones realizadas ofrecerán la posibilidad de tener una visión general del problema. En esta segunda parte, se propone que los alumnos interpreten y modelicen la solución en un software de geometría dinámica. Herón (siglo I a. C.) describe un posible método utilizado de la siguiente manera:

- ? Fijar los puntos extremos (A y B) por donde se comienza la excavación, para determinar la dirección; A indica el acceso al manantial y B a la ciudad de Samos.
- ? Unir los puntos A y B formando un polígono APQRB, de modo que los ángulos en P, Q y R sean rectos.
- ? Trazar por A una recta paralela a PQ y, por B una paralela a QR.
- ? Prolongar el segmento AB hasta que corte a las rectas PQ Y QR (puntos E y F del gráfico).

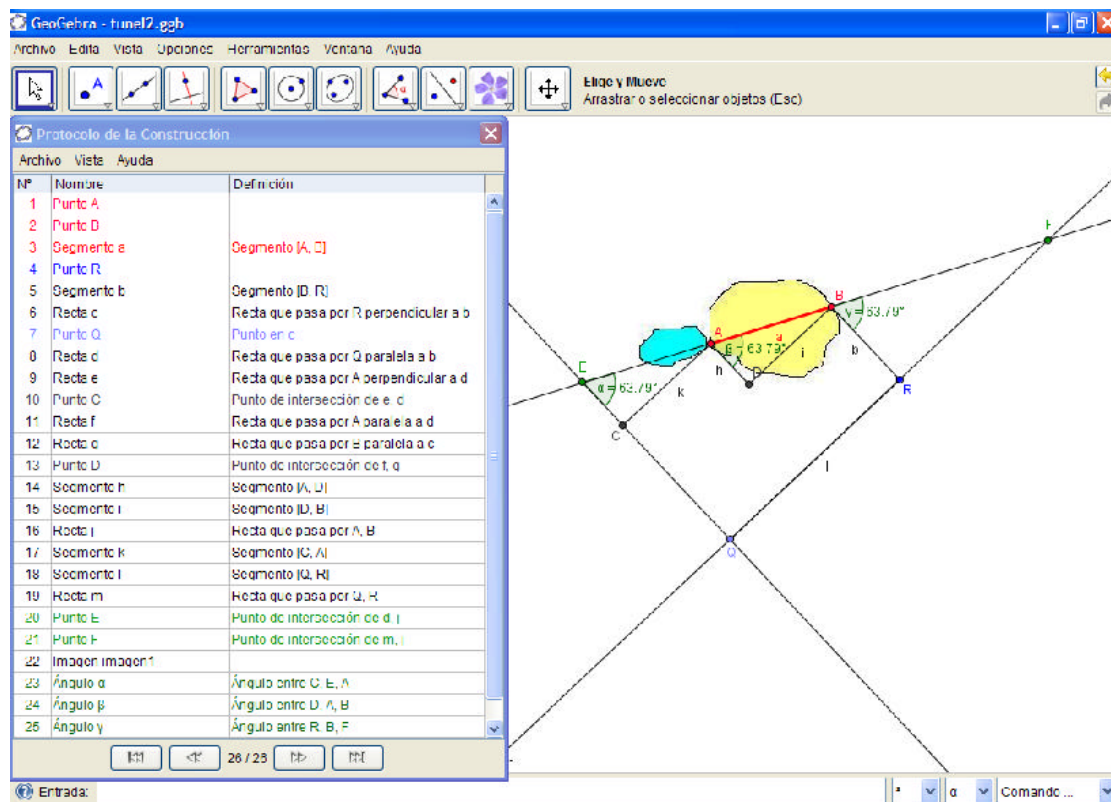


Figura 2: Reproducción del método de Herón para la construcción del túnel de Eupalino, en Geogebra

Se propone a los alumnos que reconstruyan los pasos enunciados por Herón, utilizando Geogebra y que justifiquen el método con argumentos matemáticos. Interesa analizar ¿Qué conceptos matemáticos son los que justifican los pasos enunciados?

Desde el punto de vista matemático, se trabajan nociones relacionadas con semejanza de triángulos y razones trigonométricas.

Desde el punto de vista de Geogebra, realizar la construcción modelizando el problema planteado implica decidir cuáles son los puntos fijos y cuáles los dinámicos. Esta decisión debe basarse en el significado que se atribuye a dichos puntos al modelizar la solución del problema. Por ejemplo, A y B pueden ser dinámicos mientras se esté decidiendo los lugares desde donde se inicia el cavado del túnel desde cada ciudad. Una vez decidido (lo cual implicaría pensar iniciar la construcción del túnel) éstos deberían pasar a ser fijos. De esta forma, se está precisando el alcance y el significado de cada objeto en un determinado contexto teórico.

Los puntos R y Q también son dinámicos y permitirían decidir cuáles son las referencias que se van a tomar para la dirección que se decida dar al túnel. También la elección de estos puntos es arbitraria, y de su ubicación dependerá el ángulo que se mantendrá constante y posibilitará establecer la razón entre los catetos e hipotenusa de los triángulos rectángulos. Estos puntos también pueden cambiar de estatus. Una vez seleccionada la dirección, se pueden cambiar a puntos fijos, ya que es lógico que las referencias no cambien. Los puntos E y F, por las características de la construcción son dependientes de R y Q, respectivamente.

El punto D depende del punto R, por construcción. Si se activa la opción traza al punto D, como depende de R, al variar la posición de este último se representan las posibles ubicaciones del punto D (Figura 3). Esta situación habilita a un trabajo matemático en torno a ángulos inscritos en una circunferencia.

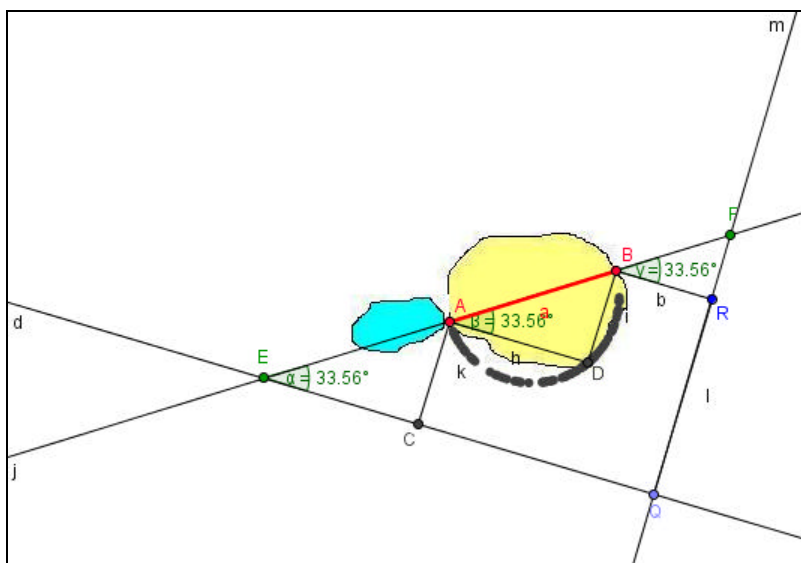


Figura 3: Representación de la traza del punto D al variar la posición del punto R

Además, se puede proponer a los alumnos que supongan el inicio de la construcción del túnel, desde ambos lados. En este caso, tendrán que ubicar puntos dinámicos dentro de los límites del segmento que representa al túnel (segmento AB). Se puede solicitar a los alumnos que representen los triángulos rectángulos semejantes que quedan determinados por el punto

dinámico y los puntos E y F. Esta comparación no se realiza sobre un par de triángulos en particular, sino sobre los sucesivos pares de triángulos que se van formando al mover el punto dinámico.

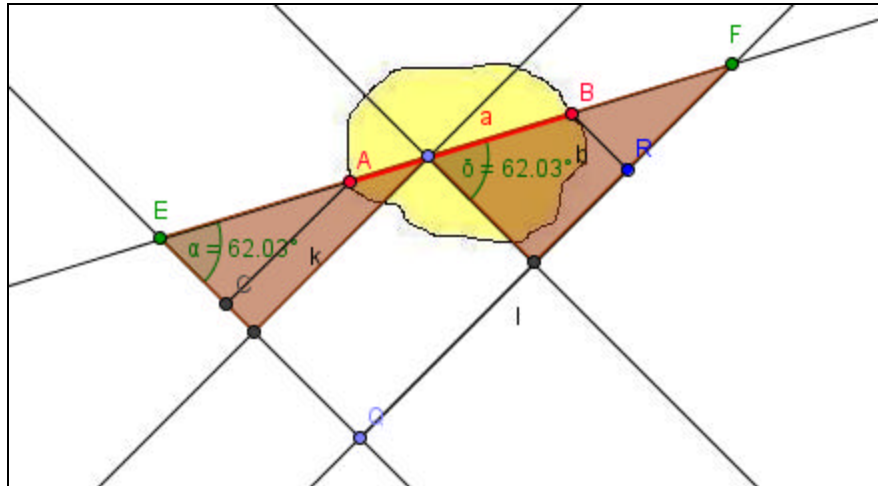


Figura 4: Triángulos rectángulos semejantes que quedan determinados por el punto dinámico y los puntos E y F.

Puede completarse el trabajo acudiendo a mediciones de los lados de cada triángulo y verificando numérica y dinámicamente las relaciones constantes utilizando la planilla de cálculo que proporciona Geogebra. De esta forma, se establecen relaciones entre el registro simbólico, el registro gráfico y el registro numérico.

### Tercer momento: comprobar un saber geométrico y comunicarlo

Comprobar la posesión de un saber geométrico incluye dos acciones que, aunque complementarias, son diferentes en tanto sus actores lo son frente al saber en cuestión. Nos referimos a que la comprobación puede ser realizada tanto por el profesor que enseña como por el alumno que aprende. **Comprobar un saber geométrico por parte del profesor** supone la elaboración de un juicio o interpretación de los resultados alcanzados por el alumno cuando utiliza ese saber para resolver un problema. La **comprobación de un saber por parte del alumno** pone de manifiesto su capacidad para probar que aquello que afirma respecto de un determinado contenido geométrico es verdadero, analizando su coherencia y respetando la consistencia del razonamiento que emplea. Conocer, en el contexto que estamos desarrollando, supone entonces que los estudiantes posean capacidades específicas referidas a la geometría tales como (Vilella, 2001):

- Diseñar modelos.
- Emplear metáforas para comunicar hallazgos.
- Organizar explicaciones e informes para comunicar descubrimientos y comprobaciones.



- Diseñar estrategias para hallar soluciones justificando los pasos seguidos y la selección de los materiales elegidos para su concreción, así como los tiempos empleados.
- Valorar su trabajo y del de sus compañeros.
- Aceptar los errores y los mecanismos usados para su corrección.
- Transferir lo aprendido a otros contextos de aprendizaje analizando: las ideas erróneas que se construyen a partir de las propias representaciones físicas de los objetos; el doble estatus de los objetos geométricos dado que el dibujo del objeto algunas veces es tomado como el objeto en sí mismo; la necesidad de una descripción discursiva que caracteriza al objeto para eliminar las ambigüedades inherentes a su representación.

Con este sentido, se puede proponer a los alumnos que comuniquen tanto los resultados de las indagaciones iniciales como las producciones realizadas realizando una producción digital, ya sea una WebQuest, una presentación, un blog.

El proceso mismo de comunicación más allá de las fronteras del aula, otorga un sentido diferente a la tarea de producción y sistematización de saberes.

### Conclusiones

Si la enseñanza es considerada como un proceso de toma de decisiones, la secuencia de actividades presentada al alumno es el indicador en la práctica docente de qué es lo que se quiere hacer y se propone, en consecuencia, al mismo. Podríamos decir que lo que intentamos es mostrar al docente cómo presentar a los alumnos problemas del campo geométrico para que éstos, apoyados en TIC, elaboren sus propios proyectos de trabajo y así logren el aprendizaje de los contenidos seleccionados.

Sabemos que desde el punto de vista político donde unos reconocen la necesidad de entrenamiento matemático, otros declaman falta de razonamiento. Desde el punto de vista didáctico el razonamiento requiere de entrenamiento y el entrenamiento es vacío sin razonamiento. Respecto a las TIC en el aula hay indicios claros de fomentar su integración, aunque puede decirse que hay pocos proyectos de investigación a nivel nacional que aborden la problemática en relación a la enseñanza de contenidos específicos.

Con estas líneas nos propusimos reflexionar sobre lo que los alumnos pueden aprender usando en el aula SGD para ser capaces **de analizar, razonar y comunicarse eficazmente** cuando se hacen cargo de una situación y pueden **diseñar, probar, evaluar, resolver y comunicar** la solución y el procedimiento satisfactoriamente.

Intentamos comparar el uso de las **herramientas matemáticas evidentes**: aplicación directa del contenido estudiado, con las **herramientas matemáticas no evidentes**, aquellas en las que la situación requiere de traducción para identificar o construir el modelo de solución mediadas por la inclusión de SGD aptos para las edades y los temas que constituyen la estructura de las redes conceptuales que soportan los diseños curriculares. Propusimos un ejemplo e invitamos a leer los trabajos presentados en talleres apoyados en el mismo marco conceptual que da unidad a esta comunicación con esas propuestas y connotan el Proyecto de Investigación “Geometría y TIC: estudio didáctico de propuestas de enseñanza en la escuela secundaria” desarrollado en el CEDE (Centro de Didácticas Específicas) de la UNSAM. Mostramos situaciones matematizables cuyas

soluciones requieren simplificación de supuestos, generalización y formalización de la información para la aplicación de tecnologías matemáticas de resolución.

De esta forma dimos un primer avance de lo que la investigación de referencia seguirá profundizando respecto de esta dialéctica entre TIC y Geometría que, en el marco de una relación ontológica, dará cuenta de la posibilidad de los alumnos de:

- 1- identificar información y aplicar procedimientos rutinarios,
- 2- inferir información y aplicar procedimientos rutinarios argumentados,
- 3- interpretar información y diseñar modelos de resolución,
- 4- utilizar información y diseñar modelos de resolución argumentados,
- 5- elaborar planes de acción identificando acciones, recursos y estableciendo indicadores de resultados,
- 6- evaluar planes de acción,

tomando en consideración:

- a- el proceso de interpretación y reflexión de la situación,
- b- el tipo de complejidad del modelo construido para elaborar la solución,
- c- el tipo de complejidad de las operaciones que el modelo requiere,
- d- el proceso de argumentación requerido para la justificación y validación de los procesos.
- e- la integración de las TIC no sólo como un recurso externo sino atendiendo a las transformaciones que ésta genera en las formas de producir el conocimiento matemático y como herramienta física y simbólica para vincularse y comprender el mundo que nos rodea.

### Referencias y bibliografía

- Acosta Gempeler, M. (2005) Geometría Experimental con Cabrí: una nueva praxeología matemática. *Revista Educación Matemática*, diciembre, nº 3, vol. 7, 121-140.
- Abraira, C. y Villella, J. (2002) “La gestión de la clase de geometría: Un encuentro entre saberes”. *Revista de Ciencias Humanas*, nº 3, vol. 3, 47-74.
- Balacheff, N. (2000) “Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas” En Gorgorió, N.; Deulofeu, J. Y Bishop, A. (coords.) *Matemática y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*. Barcelona: Editorial GRAO.
- Boas, R. (1981) “Can We make Mathematics intelligible?” *American Mathematical Monthly*, n.º 88, vol. 10, 727-731.
- Burbules, N. y Callister, T. (2001) *Riesgos y promesas de las nuevas tecnologías de la información*. Buenos Aires: Granica.
- Chevallard, Y. (1992) “Intégration et viabilité des objets informatiques”. En Cornu, B. (comp.) *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*. París: Nouvelle Encyclopédie Diderot.
- Dreyfus, T. y Hadas, N. (1996) “Proof as answer to the question why”, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, n.º 28, vol. 1, 1-5.
- Fuente Pis, R (1994) “Utilización de la informática en educación especial y psicopedagogía”. *Revista Galega de Psicopedagogía*, 8-9 (vol 6), 329-347.
- Klimovsky, G. (1994) *Las desventuras del conocimiento científico*. Buenos Aires: Editorial AZ.

Laborde, C. (1998) “Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría”. En *Investigar y enseñar. Variedades de la Educación Matemática*. Luis Puig Editor. Una empresa docente. Universidad de los Andes. Bogotá, pp. 33-48.

Martín-Barbero, J. (2002) “Jóvenes: comunicación e identidad”. En *Pensar Iberoamérica*. nº 10. URL: <http://www.oei.es/pensariberoamerica/ric00a03.htm> [Fecha de consulta: 16/12/10]

Moreno Armella, L. (2001) “Instrumentos matemáticos computacionales” En: *Revista Eduteka*, agosto 2001. Disponible en: [http://www.eduteka.org/ediciones/tema\\_agosto.htm](http://www.eduteka.org/ediciones/tema_agosto.htm) [Fecha de consulta: 16/12/10]

NCTM (2000): *Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM, Reston (Virginia).

Ong, W. (1982) *Oralidad y escritura. Tecnologías de la palabra*. Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.

Rabardel, P. (1995) *Los hombres y las tecnologías. Perspectiva cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. En: Biblioteca Virtual BV-EEE. Disponible en: <http://www.ergonomia.cl/0103.html> [Fecha de consulta: 16/12/10]

Trouche, L. (2004) “Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: guiding students’ command process through instrumental orchestration” *International Journal of Computers for Mathematical Learning* pág. 281-307. Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.

Villella, J. (1998) *Piedra Libre para la Matemática*. Buenos Aires: Aique.

Villella, J. (2001) *Uno, dos, tres... Geometría otra vez*. Buenos Aires: Aique.

Villella, J. (2004) *Selección y uso de libros de texto de geometría: fuentes del desarrollo profesional docente*. Tesis doctoral. Universidad de Huelva, España.

Vinner, S. (1982) “Concept definition, concept image and the notions of function”, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, n.º 14, 239-305.