

TRABAJO COLABORATIVO PARA EL ESTUDIO DIDÁCTICO DE LO CUADRÁTICO.

PRIMERA PARTE: DEL PROYECTO A LA ACCIÓN

Marina ANDRÉS, Marité CORONEL, Enrique DI RICO, Gema FIORITI, Erica GUZMÁN YÁNEZ, Claudia KERLAKIAN, Silvia SEGAL, Carmen SESSA

*Dirección de Currícula - Ministerio de Educación - C.A.B.A.
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA - Argentina
pirata@dm.uba.ar gfioriti@unsam.edu.ar*

Nivel Educativo: Nivel Medio.

Palabras Clave: Trabajo colaborativo, relatos docentes, modelización cuadrática.

RESUMEN

Esta presentación es la primera de una serie donde intentamos comunicar parte del trabajo conjunto de un grupo de profesores de escuelas medias públicas o privadas, de la Ciudad de Buenos Aires y el Gran Buenos Aires y especialistas en Didáctica de la Matemática, que pertenecen a la Dirección de Currícula del MEGCBA y al equipo del proyecto UBACyT, X 207 de la FCEN de la UBA.

Se presentan los antecedentes del trabajo y los objetivos que se perseguían para la elaboración y puesta en aula de una propuesta para el estudio de la función cuadrática. Se incluye las reflexiones de una de las profesoras participantes en torno al trabajo colectivo llevado adelante.

Podemos enmarcar este estudio dentro de la problemática de la comunicación a los docentes, la reelaboración conjunta y el acompañamiento en el aula, de los enfoques de enseñanza y las propuestas elaboradas en el ámbito de estudio e investigación en Didáctica de la Matemática.

TRABAJO COLABORATIVO PARA EL ESTUDIO DIDÁCTICO DE LO CUADRÁTICO. PRIMERA PARTE: DEL PROYECTO A LA ACCIÓN

El proyecto original

El grupo de Didáctica de la Matemática de la UBA se propuso trabajar con la problemática que emerge cuando *productos didácticos* -que se obtuvieron al estudiar procesos de enseñanza y aprendizaje en el ámbito recortado y “protegido” de la investigación- se comunican a docentes con la intención de una reelaboración conjunta.

Varias investigaciones en este campo, así como el conocimiento adquirido por el equipo en el espacio de la formación de profesores, hacen visible las dificultades de muchos docentes para concebir un proceso de enseñanza en el cual los conceptos emerjan como resultado de la interacción relativamente autónoma de los alumnos con una problemática. Nos interesaba

trabajar con estas dificultades y con los *procesos de transformación* de nuestras propuestas, que se produjeran en el marco de las interacciones con los docentes. El equipo recortó esta problemática al pensar la comunicación a los docentes del estudio en curso en torno a *las funciones cuadráticas, la parábola y la ecuación de segundo grado*¹.

Para llevar adelante el nuevo proyecto nos propusimos una instancia de trabajo compartido con un grupo de docentes de escuelas medias públicas o privadas, de la Ciudad de Buenos Aires y el Gran Buenos Aires, a través de la cual se esperaba:

- tener acceso a las elaboraciones que hacen los profesores a partir de las propuestas del equipo
- comprender los condicionantes que operan en el momento de plasmar un proyecto de enseñanza
- analizar en colaboración con el docente, los aprendizajes de sus estudiantes en el desarrollo efectivo de la enseñanza.

El proyecto se enmarca en la problemática de la comunicación a los docentes -y del acompañamiento en el aula- de los enfoques de enseñanza y las propuestas elaboradas en el ámbito de estudio e investigación en Didáctica de la Matemática.

Se consideraron **objetivos** de la investigación precisar, ampliar, matizar, enriquecer las siguientes **hipótesis** de trabajo que se toman como **supuestos iniciales**,

Referidos al trabajo colaborativo con docentes:

- Los productos elaborados en el espacio de la investigación didáctica requieren un espacio de reelaboración con los docentes para que puedan ser asumidos como proyectos del profesor.
- El aula de capacitación en tanto espacio de reflexión colectiva, permite construir acuerdos y sostener cambios.
- Incluir en el espacio de capacitación un trabajo matemático para los docentes participantes permite un posicionamiento de producción que puede modificar la mirada sobre la matemática escolar.

Referidos a la enseñanza de cuadrática:

- Revisar en el espacio de la capacitación la fundamentación de los objetos y las técnicas que usualmente se enseñan en la escuela, referidas a las expresiones cuadráticas, es un requisito para poder pensar en la pertinencia de incluir esos aspectos de fundamentación en el aula.
- La aceptación por parte de un docente de la modelización como una vía de entrada a los fenómenos cuadráticos necesita de una reflexión crítica acerca de la práctica usual de “ejercicios o problemas de aplicación”.

Se plantearon también como **objetivos** del proyecto:

- Estudiar las condiciones que operan para poder incluir *la fundamentación* de las técnicas de trabajo algebraico sobre las expresiones cuadráticas, en el trabajo del aula.
- Acompañar en el aula a docentes, y analizar en conjunto los sucesos de las clases, explicitando las dificultades de la enseñanza, las razones que los alejaron de la

¹ Dicho estudio es el fruto de las indagaciones realizadas en torno a las interacciones en el aula, en el marco del proyecto UBACYT X 254. En el REPEM anterior hemos hecho una comunicación, BORSANI, V., LUNA, J. P., SESSA, C. 2008. *Construcción en el aula de la idea de curva en un entorno de funciones cuadráticas*. Memorias II REPEM, Santa Rosa.

planificación inicial, las modificaciones respecto de sus expectativas sobre el trabajo de los alumnos. Se espera de este modo elaborar un tipo de conocimiento que cruza las reflexiones de índole más teóricas con el plano de la práctica.

- Estudiar -en un trabajo colectivo con un grupo de profesores- la trama de la construcción de conocimiento en torno a “lo curvo”, en tanto fenómeno que puede aparecer como incontrolado para los alumnos, en relación con la variación constante de las funciones lineales.

Nuestras preguntas iniciales

¿Cómo se comunica a un docente un proyecto de enseñanza de una cierta temática que interpela las prácticas de enseñanza habituales?

¿Qué aspectos de la propuesta que elaboramos son más “amigables” para ser incorporados por los docentes en su planificación y en su gestión de clase? ¿Cuáles son las cuestiones más resistidas por los profesores?

¿Cómo acompañar un proceso de cambio, que permita una fusión entre la experiencia de los docentes y las nuevas propuestas?

¿Qué condiciones impone el sistema de enseñanza en relación con los cambios de prácticas?

El cruce entre esas preguntas y nuestros conocimientos didácticos elaborados en torno a las funciones cuadráticas, la parábola y ecuación de segundo grado, ha llevado al grupo inicial de la UBA a la conformación del grupo de trabajo que llevó delante de manera compartida la reelaboración de una propuesta de enseñanza.

El armado de un grupo de trabajo con profesores

Para llevar adelante nuestro proyecto comenzamos por asociarnos con el equipo de Matemática de la Dirección de Currícula del MEGCBA. De este modo incorporábamos especialistas responsables de diseños y desarrollos curriculares y lográbamos al mismo tiempo que la participación de los profesores quedara encuadrada institucionalmente. El compromiso que asumimos fue la elaboración de un documento sobre el tema que sería luego publicado por la Dirección, y estaría accesible en la página web correspondiente.

En esas condiciones comenzó a conformarse “el grupo de los lunes” en el segundo semestre del 2008, con la idea de *discutir de manera colectiva* y elaborar, *una secuencia de enseñanza* que los profesores participantes consideran factible de ser llevadas a sus aulas. Ese primer semestre de trabajo estuvo concentrado en la discusión de las distintas secciones de una propuesta que presentó el grupo inicial del CEFIEC de la UBA, con el aporte de muchos problemas que traían los profesores y la elaboración colectiva de planificaciones efectivas para el aula.

En una segunda etapa, en el año 2009, se hicieron experiencias en 4 escuelas, y se estudió en el espacio “de los lunes” los recorridos de aprendizaje que se desplegaron en cada caso. Las planificaciones elaboradas colectivamente el año anterior fueron el punto de partida para que cada docente, atendiendo a las particularidades de su grupo de alumnos -las formas de trabajo más instaladas, los conocimientos disponibles, los *puntos fuertes* que pueden servir de apoyo y los *puntos débiles* que necesitan un tratamiento sostenido, etc- realizara una planificación ajustada a su grupo / clase.

Durante la puesta en aula, algún miembro del grupo, a esta altura totalmente unificado, tomó datos de diferente modo: fotos de carpetas, del pizarrón, registro en audio, como modo de poder reconstruir el acontecer en el aula. Teniendo en cuenta estos datos y su propio registro de lo acontecido, cada profesora elaboró un relato referido a alguna de las clases dadas por ella. Estos relatos son el “corazón de las siguientes tres² comunicaciones de nuestro grupo.

A medida que se hacían las experiencias, la propuesta se iba ajustando como fruto de las reelaboraciones colectivas en “el grupo de los lunes”. Finalizando el 2009, se concluyó con la elaboración de un documento de desarrollo curricular sobre funciones cuadráticas.

De este modo se completó un ciclo:

elaboración de una propuesta en el equipo de la UBA / conformación de un grupo de trabajo compartido con profesores y especialistas de la Dirección de Currícula del MEGCBA/ transformación en secuencias de enseñanza / realización efectiva en las aulas y análisis conjunto con el docente / elaboración del documento para todos los profesores del sistema.

Resumidamente podemos decir que:

- *la producción del documento fue la tarea que aglutinó al grupo.*
- *la conformación del grupo fue en si misma una tarea rica que se emprendió colectivamente.*

Damos la palabra a una de las profesoras participantes que recoge una reflexión colectiva sobre la tarea emprendida.

El relato de una docente sobre la tarea colectiva en “el grupo de los lunes”

En las siguientes tres comunicaciones vamos a presentar recortes de un documento que es fruto del trabajo que hemos realizado en equipo durante prácticamente 2 años. Nos pareció importante comenzar contándoles a nuestros colegas que las profesoras que participamos en este trabajo fuimos convocadas desde distintos lugares y en diferentes momentos, por diferentes integrantes de un grupo que ya venía trabajando con el tema de cuadrática.

Al comienzo nos integramos al grupo sin prácticamente conocernos y de a poco fuimos descubriendo y sintiendo que había cosas en las que todas coincidíamos. El año pasado en un momento dado se nos presentó la posibilidad poner en palabras cuales eran las “cosas” que más nos movilizaban, que nos preocupaban y que nos llevaron a aceptar esta propuesta y esto, que **para nosotras es muy importante** porque es lo que nos impulsa a trabajar, lo queremos comunicar :

- Nos preocupa que los alumnos trabajen en la clase de matemática, que se involucren, que le den sentido a cada idea, que experimenten la matemática como accesible a todos. La matemática es, para todos; no es sólo para quienes son “muy inteligentes”.
- También nos preocupa que puedan expresar sus ideas, sus razonamientos, más allá de que sean correctos o no. Nos parece importantísimo, que además, sientan que pueden aprender del error, y que a partir del debate y de la argumentación pueden aprender de y con sus compañeros.

² Trabajo colaborativo para el estudio didáctico de lo cuadrático:

Segunda parte. Una entrada a lo cuadrático vía la producción de fórmulas para contar.

Tercera parte. Relatos docentes sobre la modelización cuadrática en el aula

Cuarta parte. La lectura de información de una fórmula: un asunto nuevo en el aula

- Nos interesa que nuestros chicos adquieran confianza en ellos mismos, que sepan que pueden. Queremos que ellos adquieran autonomía, es decir que puedan controlar sus propias producciones con independencia de nuestra intervención, con esto queremos decir que deseamos que no esperen que sea la profe quien les diga si lo que piensan o conjeturan está bien o no, o que les anticipe si “van por buen camino”.

- Queremos que la matemática no sea un impedimento para que los alumnos puedan promover cada año o bien egresar de la escuela secundaria. Es decir, que lo que deseamos es que la matemática deje de ser otro de los tantos factores de exclusión social.

Con estas inquietudes llegamos a este grupo de trabajo invitadas a participar, como profesoras, para que pudiéramos aportar nuestra visión como docentes del nivel medio, y poner en acto las actividades que se estaban elaborando.

Nos planteamos varias cuestiones al comenzar a trabajar como por ejemplo:

- ✓ *¿Cuál es la potencia del estudio de la función cuadrática en la escuela?*
- ✓ *¿Qué trabajo matemático permite desplegar?*
- ✓ *¿Qué tipo de situaciones se modelizan con funciones cuadráticas?*
- ✓ *¿Cuáles son las potencialidades y al mismo tiempo las dificultades del trabajo algebraico que aporta este tema?*
- ✓ *¿En qué medida los conocimientos anteriores de los alumnos influyen en la construcción de “lo cuadrático”? ¿y cuáles se requieren?*
- ✓ *¿Cuál es la potencia de pensar a la ecuación de segundo grado a partir de la función cuadrática?*

Y con respecto a la fórmula resolvente que los alumnos, en general la memorizan y la aplican mecánicamente nos preguntamos:

- ✓ *¿podrán construirla con sentido, a partir de un recorrido?*

Todas estas cuestiones las tuvimos en cuenta a la hora de proponer, analizar, seleccionar, y discutir las actividades que forman parte de cada sección de nuestra propuesta y a lo largo del trabajo buscamos producir respuestas.

Y si bien el contenido del trabajo era cuadrática, en realidad nuestro propósito fundamental siempre fue el de ***involucrar a nuestros alumnos en una verdadera actividad de producción de conocimiento.***

En mi caso particular que tuve la oportunidad de observar algunas clases (los mismos comentarios surgieron por parte de los demás observadores y de las mismas profesoras) y vi *con alegría* como los alumnos se involucraban con la tarea, aportaban ideas para enfrentar los problemas propuestos, exploraban y ensayaban soluciones, producían diferentes soluciones, discutían sus propuestas, daban argumentos, se escuchaban, refutaban las conjeturas de sus propios compañeros y eran capaces de aceptar sus errores.

Recuerdo en la clase de Marité cuando un alumno, Patricio, propuso una solución diferente de la propuesta por el resto y un grupo lo desestimó diciéndole a gritos ¡está mal!, Patricio se

paró y pasó al pizarrón para mostrar a la profesora lo que había hecho, la profesora le explicó al curso que él veía una configuración diferente, él explicó y cuando entendieron su forma de ver surgió un aplauso espontáneo.

Algo similar noté que pasó con una chica en el curso de Marina, Victoria había llegado a una fórmula diferente de sus compañeras de grupo y de primera intención le dijeron que no estaba bien, otra dijo “esperá, que explique” y luego acordaron que estaba bien pero había llamado n a otra cosa por eso las fórmulas no coincidían.

La interacción entre los alumnos es muy importante a la hora de producir, por ejemplo, en un grupo del curso de Marina recuerdo que una alumna que estaba “estancada con un problema” le preguntó a otra “¿cómo hiciste para encontrar dos valores iguales?”, y la otra le dijo “probando” entonces ella también comenzó a trabajar y logró producir algunas soluciones.

A MODO DE CIERRE

Se pueden tender diferentes ligazones entre el proyecto inicial y el relato de esta profesora. Es una tarea pendiente profundizar en ese sentido.

Elegimos ahora para estas comunicaciones poner de manifiesto el hecho de que los alumnos pueden hacer matemática y reafirmar nuestro propósito de involucrar a los estudiantes de la escuela secundaria en una verdadera actividad de producción de conocimiento. Como se menciona en el documento de Geometría (2007): “Esto hace necesario crear un ambiente en la clase que aliente a los alumnos a ensayar, producir diferentes soluciones y aportar ideas para enfrentar los problemas propuestos. Ensayos, resoluciones e ideas que son materia prima a partir de la cual el docente organiza las interacciones en la clase con el objeto de discutir sobre la validez, precisión, claridad, generalidad, alcance, etc., de lo que se produjo”. Toda la experiencia desarrollada permite tematizar / matizar/ ejemplificar/ profundizar estas afirmaciones.

REFERENCIAS

BORSANI, V., LUNA, J. P., SESSA, C. 2008. *Construcción en el aula de la idea de curva en un entorno de funciones cuadráticas*. Memorias de la II REPEM, Santa Rosa. La Pampa.

Documento de desarrollo curricular para el nivel medio Función cuadrática y Ecuación de segundo grado. 2010. Dirección de Currícula del ME Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, (Versión Borrador en vías de su publicación)

Documento de desarrollo curricular sobre geometría para el nivel medio. 2007. Dirección de Currícula del ME Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Versión electrónica: http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/media/matematica/geometria_med ia.pdf (2008 impreso)